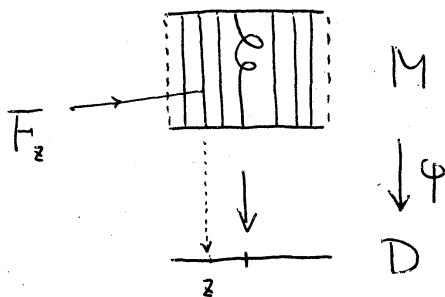


Title	種数の高い特異ファイバーの位相形と擬周期写像(多様体の幾何学)
Author(s)	松本, 幸夫
Citation	数理解析研究所講究録 (1990), 720: 46-66
Issue Date	1990-05
URL	http://hdl.handle.net/2433/101819
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

種数の高い特異ファイバーの位相形と擬周期写像

東大理 松本幸夫 (Yukio Matsumoto)

以下は, J.M. Montesinos (コンプルテンセ大学) との
共同研究の結果である。 $D = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1\}$ とし, D
上の Riemann 面の族を考える。すなわち, M を非コンパクトな複素曲面とし, $\varphi: M \rightarrow D$ を固有な正則全射 (proper, surjective holomorphic map) とし, $\forall z \in D$ につき,
ファイバー $\varphi^{-1}(z)$ は連結であるようなものとする。更に,
 $F_z = \varphi^{-1}(z)$ とおくとき, $z \neq 0$ である限り, F_z は非特異
ファイバーであると仮定する。すなわち, 中心ファイバー F_0
のみが特異ファイバーの可能性がある。(下図)

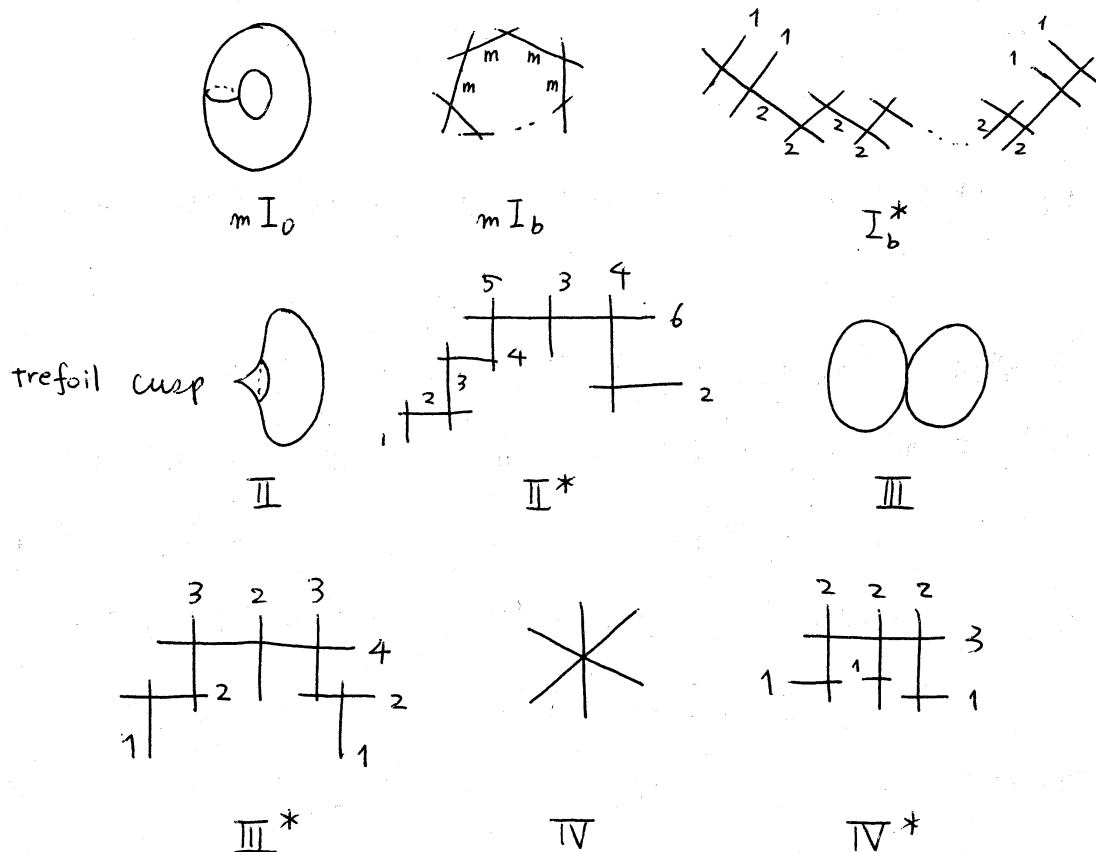


一般ファイバー F_z が種数 g の Riemann 面であるとき,

$\varphi: M \rightarrow D$ のことを 種数 g の Riemann 面の族 と呼ぼう。我々の問題は次のようなものである。

問題 種数 g の Riemann 面の族に現われる特異ファイバーの位相形を分類せよ。(但し "minimal" なもの。)

$g = 1$ の場合 : 小平 [K] により分類されていていて、結果は次の 9 種類 :



これらの形は拡大 Dynkin 図式と関係する。

$g = 2$ の場合 : Og [O], 飯高 [I], 浪川・上野 [NU] により研究された。とくに, 浪川・上野 [NU] は種類 2 の特異ファイバーの完全なリストを与えた。それは約 120 種の特異ファイバーを含んでいる。

$g \geq 3$ の場合 : 組み合わせ論的には既に Artin-Winters [AW], Winters [W] により解決されている。しかし, 彼等の方法には, 特異ファイバーの形を "支配する" 位相的原理が欠けている。我々の目指すのは 単なる特異ファイバーの位相形の分類 ではなく, むしろ, 次の問題' である。

問題' 特異ファイバーの形を決める位相的原理は何か?

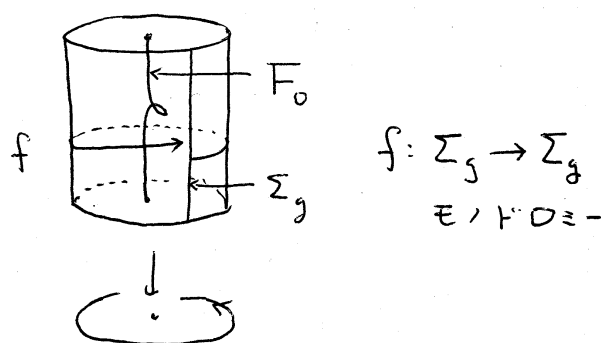
F_0 を種数 g の特異ファイバーとすると, F_0 のまわりのモノドロミーは種数 g の Riemann 面 Σ_g の自己同相写像を定める。しかも, この自己同相写像は, Nielsen の導入した代数有限型 (algebraically finite type) の自己同相写像になっている。我々の主結果は, 特異ファイバーの位相形と, 代数有限型自己同相写像 (正確にはプラス型のもの) のなす, 種数 g の写像類群 M_g の部分集合を conjugate で分類した集合が 1 対 1 に対応することを主張するものである。

以下, 正確な定義を与える。

定義 族 $\varphi: M \rightarrow D$ と $\varphi': M' \rightarrow D'$ が 位相的に同値 であるとは, 向きを保つ diffeomorphism $H: M \rightarrow M'$ と向きを保つ diffeomorphism $h: D \rightarrow D'$ が存在して,
 (i) $h(0) = 0$, (ii) $\varphi' \circ H = h \circ \varphi$ がなりたつことである. このとき, 中心のファイバー F_0, F_0' が 位相的に同値である ということもある.

記号: $\mathcal{S}_g := \{ \text{種数 } g \text{ の (特異又は非特異) ファイバー} \} / \sim$
 \sim : 位相的同値 但し "minimal" な物.

さて, F_0 を種数 g のファイバーとすると, そのまわりのモノドロミ-同相写像 $f: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ が, isotopy と Conjugation を除いて定まる. (下図)



Σ_g の, 向きを保つ微分同相写像全体を $\text{Diff}^+(\Sigma_g)$ とし,

記号: $\mathcal{M}_g := \text{Diff}^+(\Sigma_g) / \text{isotopy}$, 写像類群

とおく。モノドロミーの構成により

$$\text{monodromy} : \mathcal{M}_g \longrightarrow \mathcal{M}_g / \text{conj.}$$

という対応が定まる。

この対応の image (像) を記述するため, Nielsen が導入した代数有限型 Self-diffeomorphism [Ni1] を定義しよう。これは, 現在 Completely reducible と呼ばれる写像である (Gilman [G] を見よ)。ここでは, 同じ写像を擬周期写像 (pseudo-periodic map) と呼ぶことにする。

定義 向きを保つ diffeomorphism $f : \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ が 擬周期的 (pseudo-periodic) であるとは, Σ_g の中に適当な単純閉曲線の disjoint union $C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_r$ が存在して, $f(C) = C$ かつ $f|(\Sigma_g - C) : \Sigma_g - C \rightarrow \Sigma_g - C$ が周期写像 (periodic map) に isotopic なことである。

擬周期写像は, Thurston の分類 [T] に従えば, 周期的であるかあるいは可約 (reducible) である。そして, 各成分写像は周期的である。

簡単な考察から次が示せる.

補題 1. $f: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ を擬周期写像とする. このとき,
 $f|(\Sigma_g - C)$ が周期写像に isotopic であるような単純閉
 曲線の system $C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_r$ は次の (i)(ii) を満
 たすとしてよい:

- (i) $C_i \neq \emptyset, \forall i = 1, 2, \dots, r$
- (ii) $C_i \neq C_j, \forall i, j = 1, 2, \dots, r.$

補題 1 の条件 (i)(ii) を満たす system $C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_r$
 を \wedge almost effective な system と呼ぼう.

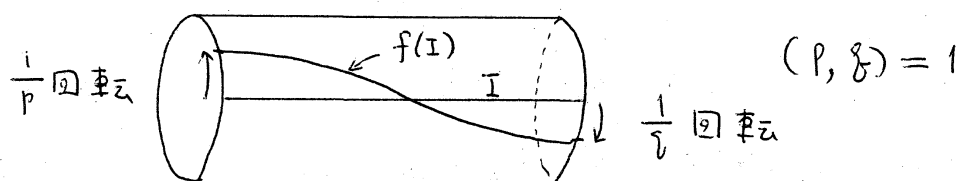
さて, $f: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ を擬周期写像, $C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_r$
 を f に付随する \wedge almost effective system とする. Nielsen [N.1]
 は各 C_i ($i=1, \dots, r$) の screw number $s(C_i)$ を次のよう
 に定義した.

$f(C) = C$ であるから, 各 C_i に注目する毎に, $f^\alpha(C_i)$
 $= C_i$ (C_i の向きもこめず) となるような $\alpha > 0$ が存在す
 る. 注目した C_i に対する α のうち最小の正整数を α_i とし
 よう. また, $\Sigma_g - C$ の連結成分で, C_i の "左隣り" のものを b ,
 "右隣り" のものを b' とする. $f|(\Sigma_g - C)$ は周期
 写像であるから, $f^\beta(b) = b$ であるような $\beta > 0$ がある.

うのような $\beta > 0$ のうち最小のものを再び β と書く。同様に $f^{\beta'}(b') = b'$ であるような最小の数を再び β' と書く。更に、 $f|(\Sigma_g - C)$ が周期的であることを再び使って、 $(f^\beta)^{n_b} \simeq \text{id}_b$ となる n_b と $(f^{\beta'})^{n_{b'}} \simeq \text{id}_{b'}$ となる $n_{b'}$ がある。 $n_b, n_{b'} > 0$ はこのようなものの最小としておく。明らかに、 α は $n_b \beta$ と $n_{b'} \beta'$ の公約数である。 L を $n_b \beta$ と $n_{b'} \beta'$ の最小公倍数とする。 f^L は C_i の両隣で id に isotopic であるから、 C_i の近傍では C_i による Dehn twist を何回か (e 回とする) 続けで行なったものになっている。

定義 有理数 $s(C_i) = \frac{e\alpha}{L}$ を C_i の screw number とよぶ。

例 C_i の管状近傍 (\approx アニラス) における f のふるまいが下図のようなとき、 $L = pq$, $e = p + q$, $\alpha = 1$ だから、
 screw number $= \frac{e\alpha}{L} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ である。すなわち screw number は、 f^α のねじり (= rational Dehn twist!) を表わすものである。



定義 $C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_r$ を, 擬周期字像 $f: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ に付随した almost effective system of s.c. curves とする. もし, $s(C_i) \neq 0$ ($\forall i=1, 2, \dots, r$) であれば, C のことを, effective な system という.

擬周期字像 f に付随する almost effective system $C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_r$ において, もし, ある i について $s(C_i) = 0$ であれば, $C' = C - C_i$ も, f に付随する almost effective system であることが示せる (Nielsen). 従って, 擬周期字像 f に付随する effective system は必ず存在する.

さて, モノドロミーの話に戻る. 次の補題は容易である.

補題 2 $f: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ を, 種数 g のファイバー F_0 のまわりのモノドロミー-微分同相字像とすると, f はすべての screw number が正であるような擬周期字像に isotopic である.

証明 resolution により, F_0 は正規交叉型 (normal crossing) であるとしてよい. F_0 を既約成分に分けて, $F_0 = m_1 \Theta_1 + m_2 \Theta_2 + \dots + m_s \Theta_s$ とする. m_i は Θ_i の重複度である. 既約成分の自己交点および互いの交点のまわりの消滅

サイクルの全 z を C_1, C_2, \dots, C_r とし, $C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_r$ とおけば, $f(C) = C$ であるとしてよい. 更に, l を, m_1, m_2, \dots, m_A の最小公倍数であるとする, $f|(\Sigma_g - C)$ は order l の周期写像 $(\Sigma_g - C) \rightarrow (\Sigma_g - C)$ に isotopic である. よって f は擬周期的である. $C_i (1 \leq i \leq r)$ が, 既約成分 (H) と $(H)'$ の交点 p のまわりの消滅サイクルであるとする. ($(H) = (H)'$ も可.) よして $(H), (H)'$ の重複度を m, n とすると, C_i の screw number は $\frac{1}{mn} (> 0)$ に等しい. なぜなら, これは, $z_1^m z_2^n = 0$ のモノドロミーと思えるからである. (Clemens [C] を見よ.) (証明終)

注意 上の証明中の $C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_r$ は必ずしも almost effective ではない.

screw number が全て正であるような擬周期写像の属する写像類の全体から成る M_g の部分集合を P_g^+ とすると, 補題 2 によって, 次のような写像が定まる.

$$\text{monodromy} : \mathcal{S}_g \longrightarrow P_g^+ / \text{conjugate}$$

我々の主定理を述べよう.

主定理. $\text{monodromy} : \mathcal{S}_g \rightarrow \mathcal{P}_g^+ / \text{conjugate}$ は全単射である. (ただし $g \geq 2$)

この定理からいろいろな系が得られる.

系 1 向きを保つ diffeomorphism $f : \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ があるファイバー F_0 の monodromy であるための必要十分条件は, f が 全 2 の screw number が正の擬周期的写像 であることである.

定義 (Deligne - Mumford [DM], see also Artin - Winters [AW]) ファイバー F_0 が semi-stable であるとは, F_0 が正規交叉型 (normal crossing) であり, minimal であり, しかも, F_0 の既約成分の重複度 m_i が全 2 1 に等しいことを言う: $F_0 = \mathbb{H}_1 + \mathbb{H}_2 + \cdots + \mathbb{H}_s$, $\mathbb{H}_i \not\cap \mathbb{H}_j$ ($\forall i, j = 1, \dots, s$)

系 2 F_0 が ^{semi-}stable であるための必要十分条件は, F_0 が minimal であって, かつ, そのモノドロミー f が, disjoint な simple closed curves に関する Dehn twist の積になっていることである.

ρ_g^+ に属する字像 $f: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ を何乗かすれば、確かに、系2のような性質を持つから、次の系が得られる。

系3 Riemann 面の族 $\varphi: M \rightarrow D$ を、 D の中心 O で分岐する巡回分岐被覆 $D \rightarrow D$ によって引き戻したものを、 $\varphi': M' \rightarrow D$ とする。巡回分岐被覆の次数を適当にとると、 $\varphi': M' \rightarrow D$ の中心ファイバー F_0' は semi-stable になる。(但し、 M' は巡回分岐被覆をとったあと特異点の解消を行い、更に F_0' を minimal にするため、適当な回数の blow down を行ったもの。)

上の系3は semi-stable reduction theorem [Na] として知られている。次の系も良く知られている (cf. 良川 [Na])

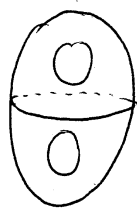
系4 Monodromy $f: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ のひきおこす字像 $f_*: H_1(\Sigma_g; \mathbb{Z}) \rightarrow H_1(\Sigma_g; \mathbb{Z})$ は quasi-unipotent である。正確に言えば、適当な整数 $m > 0$ があって $(f_*^m - 1)^2 = 0$ がなりたつ。

次の系は、主定理のごく特別の場合である。

系 5 F_0 が non-singular であるための必要十分条件は、そのモノドロミー $f: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ が id. にホモトピックなものである. (cf. Epstein [E])

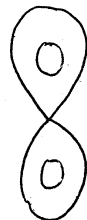
なお $f_* = \text{id}: H_1(\Sigma_g; \mathbb{Z}) \rightarrow H_1(\Sigma_g; \mathbb{Z})$ であって F_0 が singular であり得ることは、浪川・上野 [NU] により指摘されている。

例 (浪川・上野 [NU])



← この curve に関する Dehn-twist

対応する singular fiber は



定義 F_0 が 純多重ファイバー (重複度 m) とは、 $F_0 = m \textcircled{H}$ であって、 \textcircled{H} が smooth であることである。

重複度 m の純多重ファイバー F_0 のモノドロミー $f: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ は、位数 m の自由巡回作用 $\mathbb{Z}/m \curvearrowright \Sigma_g$ の生成元になって
いる. Nielsen [Ni2] によれば、位数 m の自由巡回作用 $\mathbb{Z}/m \curvearrowright$

Σ_g は皆 conjugate である。従って、主定理から次の系を得る。

系 6 重複度 m の純多重ファイバーは、存在するとしても位相的同値を除いて、高々ひとつである。(重複度 m の純多重ファイバーは $m \mid (1-g)$ の時、かつ、この時に限って存在する。)

主定理の証明

以下、主定理の証明を述べる。 $\text{monodromy} : \mathcal{S}_g \longrightarrow \mathcal{P}_g^+ / \text{conj.}$ という写像が全単射であることを示せばよい。このために、“generalized quotient” : $\mathcal{P}_g^+ / \text{conj.} \longrightarrow \mathcal{S}_g$ という逆写像を構成しよう。この写像の構成には、擬周期的写像に用いる Nielsen の定理 [N, §15] が基本になる。

Nielsen の定理 $\tau \in \mathcal{P}^+(\Sigma_g)$, $\tau' \in \mathcal{P}^+(\Sigma'_g)$ とする。

τ と τ' が、orientation を保つ diffeomorphism $g : \Sigma_g \rightarrow \Sigma'_g$ によって conjugate であるための必要十分条件は次の (1) ~ (4) が同時に成り立つことである。

(1) effective systems of s.c. curves C, C' が g で互いにつながりあう。

(2) C, C' がそれぞれ $\Sigma_g, \Sigma_{g'}$ を分割して得られた u と v との領域 b を考えると, b と $g(b)$ に関する β_b, η_b という数が一致する: $\beta_b = \beta_{g(b)}, \eta_b = \eta_{g(b)}$ (screw number の定義を見よ.)

(3) $C_i \in C$ と $g(C_i) \in C'$ の screw number が u, α と v が一致する. 更に "amphidrome" がどうか一致する. (下の注意を見よ.)

(4) $\tau|_b, \tau'|_{b'}$ は位相的に同値な周期字像である.

注意 $C_i \in C$ が amphidrome であるとは, 対応する α が偶数であって, $\tau^{\frac{\alpha}{2}}(C_i) = -C_i$ となることである.

周期字像 $f, f': \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ が, 向きを保つ diffeomorphism $g: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ によって conjugate ($f' = g f g^{-1}$) になるための必要十分条件は, やはり Nielsen [Ni] によって求められている. (Nielsen の statement [N, 2, §11] は, あたかも向きを考慮しない分類であるかのように書いてあるが, §10 までの議論を見ると, 向きを保つ diffeom による conjugation による分類が得られていることがわかる.)

次に次の定理 (周期字像に関する) を述べよう. そのために, Σ_g の周期字像 $f: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ が与えられた時, f の 多

重点, およびその "valency" の概念が必要である. 更に, 一般に Σ_g が境界を持つコンパクトな曲面のとき, その境界線の valency の概念が要る.

$f: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ を, 周期 n の Orientation pres. diffeomorphism とする. 点 $x \in \Sigma_g$ について, $x, f(x), \dots, f^{n-1}(x)$ が全て相異なるとき, x を単純点, そうでないとき, x を多重点とよぶ. x が多重点のとき, $x, f(x), \dots, f^{m-1}(x)$ は全て異なるか $x = f^m(x)$ であるような m ($1 \leq m < n$) がある. m は n の約数であり, $\lambda = \frac{n}{m}$ を点 x の重複度という.

商空間 $M = \Sigma_g / \langle f \rangle$ を考える. \tilde{k} を Σ_g の単純閉曲線で多重点を通らないものとする. $\tilde{k}, f(\tilde{k}), \dots, f^{m-1}(\tilde{k})$ は disjoint だが, $f^m(\tilde{k}) = \tilde{k}$ となる m がある. m は n の約数である. $\lambda = \frac{n}{m}$ を \tilde{k} の重複度という. $k \subset M$ を \tilde{k} の像とすると, λ を k の重複度ということもある. これは well-defined である.

$p \in k$ を任意の点とすると, \tilde{k} 上には p の持ち上げが λ 個あり, それは, $\tilde{p}, f^{\sigma m}(\tilde{p}), \dots, f^{(\lambda-1)\sigma m}(\tilde{p})$ の順に並んでいるものとする. ここに $(\sigma, \lambda) = 1$ である. $\delta\sigma \equiv 1 \pmod{\lambda}$ なる δ を考え δ/λ を回転数という. (m, λ, σ) を曲線 k の valency いう. 重複点 x の (またはその M の像の) valency とは, x を中心とする円板の周囲の線の

valency のことをする。

Nielsen の定理 [4:2] f, f' を曲面 Σ_g 上の周期 n の周期写像とする。 f と f' が向きを保つ diffeom $\theta: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ により conjugate であるための必要十分条件は、 γ の重複点同値が 1 対 1 に対応し、境界の曲線同値も適当に 1 対 1 に対応し、しかも、 γ の対応を通じて valency が保存されることである。 ($M = \Sigma_g/f, M' = \Sigma_g/f'$ の言葉で述べた方が簡明だった！)

系 f, f' を曲面 Σ_g 上の周期 n の周期写像とする。 もし $\chi(\Sigma_g) < 0$ であって、 $f \simeq f'$ なら、 f と f' は向きを保つ diffeom により conjugate である。 (Σ_g の univ. cov. $\tilde{\Sigma}_g$ に、 f と f' を lift することにより示される。)

22. "generalized quotient" : $P_g^+ / \text{conj.} \rightarrow \mathcal{S}_g$ という写像を構成しよう。

$f: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$ を pseudo-periodic map とし、 $C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_r$ を Σ_g の effective system of s.c. curves とする。

周期的部分の処理: b を $\Sigma_g - C$ のひとつの連結成分とする. $b, f(b), \dots, f^{\beta-1}(b)$ は全て異なるが, $f^{\beta}(b) = b$ であるとしよう. $f^{\beta}|_b : b \rightarrow b$ は (pseudo-periodic の仮定から) 周期写像としてよい. γ の周期を n_b とする. 前頁の系により, $f^{\beta}|_b$ の conjugate class は unique である. しかも, b に適当に複素構造を入れれば, $f^{\beta}|_b : b \rightarrow b$ は complex analytic であるとは定することが出来る (1.1).

$\varphi'_b : M'_b \rightarrow D$ を次のように構成する. $M'_b := D \times b / \sim$, $(z, x) \sim (\exp(2\pi\sqrt{-1}/n_b)z, f^{\beta}(x))$. $\varphi'_b(z, x) = [z]$. ただし, φ'_b の値域としての D は, $D / (z \sim \exp(2\pi\sqrt{-1}/n_b)z)$ と D を便宜的に同一視した. M'_b は有限個の quotient singularity (\approx lens space の cone) を持つが, これは canonical な方法で resolution できる. 結果に, γ の (-1) -curve が (fiber 中に) 入れられ, γ をつなぐ. こうして得られた複素曲面を M_b とする. $\varphi''_b : M_b \rightarrow D$ が自然に定義される.

M'_b の特異点の様子は f^{β} の多重点の valency により決まる. 前頁の系により, $\varphi''_b : M_b \rightarrow D$ の位相形状は, $f^{\beta}|_b$ の isotopy class によって決まる. 最後に $\varphi_b := (\varphi''_b)^{\beta} : M_b \rightarrow D$ とおく.

amphidrome ではないアユラス部分の処理. $C_i \in \mathcal{C}$ をひとつ固定する. $C_i, f(C_i), \dots, f^{\alpha-1}(C_i)$ は全て異なるが, $f^\alpha(C_i) = C_i$ となる $\alpha > 0$ がある. C_i の管状近傍 (\approx アユラス) を A としよう. C_i の "左隣り" にある $\Sigma_g - \mathcal{C}$ の連結成分を b , "右隣り" のものを b' とし, 対応する数 $\beta, n_b, \beta', n_{b'}$ を考える. (補題 1 のあとの説明参照.) α は β と β' の公倍数であり, かつ α は $n_b\beta$ と $n_{b'}\beta'$ の公約数である. $\lambda = n_b\beta/\alpha$, $\lambda' = n_{b'}\beta'/\alpha$ とおく. A の b 側の境界における f^α の "回転数" は δ/λ ($0 \leq \delta \leq \lambda-1$), b' 側の境界における f^α の "回転数" は δ'/λ' ($0 \leq \delta' \leq \lambda'-1$) であるとしよう. $(\delta, \lambda) = 1 = (\delta', \lambda')$ である. ($\delta \neq 0, \delta' \neq 0$ なら.)

容易にわかるように, C_i の screw number は

$$\frac{\delta}{\lambda} + \frac{\delta'}{\lambda'} + (\text{integer } I)$$

の形である. 仮定により screw number > 0 である, しかかも $0 \leq \frac{\delta}{\lambda} < 1$, $0 \leq \frac{\delta'}{\lambda'} < 1$ であるから, $I \geq -1$ なければならない.

本質的にユークリッド互除法により, 次の補題が示せる.

補題 3 $S = \frac{\delta}{\lambda} + \frac{\delta'}{\lambda'} + I (> 0)$ に対し, 1 以上の整数の有限列 $a_1, a_2, \dots, a_p, b_q, b_{q-1}, \dots, b_1$ が存在して次の条件

が成立つ.

$$(i) \quad a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_p \leq b_p \leq b_{p-1} \leq \dots \leq b_1$$

$$(ii) \quad a_1 = \lambda, \quad b_1 = \lambda'$$

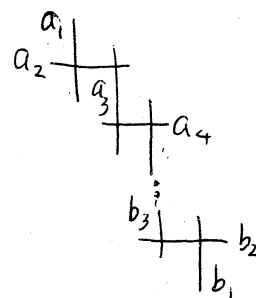
$$(iii) \quad \delta a_2 \equiv 1 \pmod{a_1}, \quad \delta' b_2 \equiv 1 \pmod{b_1}$$

(iv) $a_2, \dots, a_p, b_p, \dots, b_2$ について λ のどのひとつの数についても, 両側の数の和が λ の数に等しい切れる. たとえば $a_2 \mid (a_1 + a_3)$. (しかも, λ の商は 2 以上である.)

$$(v) \quad \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{p-1} a_p} + \frac{1}{a_p b_p} + \frac{1}{b_p b_{p-1}} + \dots + \frac{1}{b_2 b_1} = s$$

しかも, (i) ~ (v) を満たす自然数列は unique である.]

さて M_{C_i} を diagram

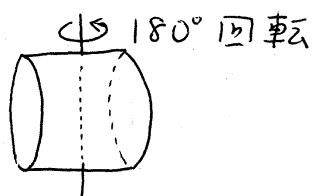


という (糸束形な)

図式によって "holomorphic plumbing" を構成する. 自然な projection $\varphi'_{C_i} : M_{C_i} \rightarrow D$ が構成でき, λ の中に fiber は上の plumbing の中心, 一般 $\lambda \neq \lambda'$ は $\lambda = \lambda'$ である, monodromy は $f^s | A$ (= screw number s のネジレ) となることがわかる. (cf. Clemens [C])

最後に $\varphi_{C_i} := (\varphi'_{C_i})^\alpha : M_{C_i} \rightarrow D$ とおく.

amphidrome な \mathcal{A} ニュース部分の処理 $C_i \in \mathcal{C}$ を amphidrome とすると, α は偶数で, $f^{\frac{\alpha}{2}}$ は \mathcal{A} ニュース A に



として作用する. このことと前頁の部分を組みあわせ, $\varphi_{C_i} : M_{C_i} \rightarrow D$ が構成される.

以上の M_b, M_{C_i} 達をつなぎ合わせ $f \in \mathcal{P}^+(\Sigma_g)$ に対応する "generalized quotient" とよばれる族 $\varphi : M \rightarrow D$ が構成される. この中心ファイバー $F_0 = \varphi^{-1}(0)$ が, いわば, f の "generalized quotient" なのである. F_0 が f から, (位相同値を除いて) unique に構成されることは, Nielsen の定理により保証される.

($\varphi : M \rightarrow D$ という holomorphic map が実際に構成できることは Winters [W] により証明されているが, 我々の場合, elementary に示せる.)

また, 構成から, "monodromy" : $\mathcal{A}_g \rightarrow \mathcal{P}_g^+ / \text{conj.}$ と, "generalized quotient" : $\mathcal{P}_g^+ / \text{conj.} \rightarrow \mathcal{A}_g$ が互いに逆写像であることが, (ひどく困難でなく) わかる. 以上で, 主定理の証明(の概略)を終る. (1990年2月)

文 献

- [AW] M. Artin - G. Winters, *Topology* 10 (1971) 373-383.
- [C] C.H. Clemens Jr. *Trans. AMS* 136 (1969) 93-108.
- [DM] P. Deligne - D. Mumford, *Publ. IHES* 36 (1969) 75-109.
- [E] D.B.A. Epstein, *Curves on 2-manifolds and isotopies*.
- [G] J. Gilman, *Bull AMS* 21 (1989), 125-129.
- [I] S. Iitaka, 修士論文 東京大学 (1967)
- [K] K. Kodaira, *Ann. of Math.* 77 (1963) 563-626.
- [Nd] Y. Namikawa, *Lecture Notes in Math.* Springer. 412 ('74)
- [NU] Y. Namikawa - K. Ueno, *Manuscripta Math.* 9 (1973) 163.
- [Ni-1] J. Nielsen, *Surface transf. classes of alg. finite type*, 1944 (全集 2 卷)
- [Ni-2] J. Nielsen, *The structure of Periodic Surface Transf.* 1937 (全集 2 卷)
- [O] A. Ogg, *Topology* 5 (1966) 355-362
- [T] W. Thurston, *Bull. AMS.* Vol. 19 no 2. (1988) 417-431
- [W] G.B. Winters, *Amer. J. of Math.* 96 (1972) 215-228.